Ergebnisignale in Prinzipal-Agent-Modellen mit mehreren Aktionen

Wendelin Schnedler*

Oktober 2002

Überblick

- Der vorliegende Artikel befasst sich mit der Allokation von Arbeitseinsatz zwischen verschiedenen Aufgaben in Prinzipal-Agent-Modellen. Dabei wird der Einfluß von Signalen mit verschiedenen Charakteristika auf die Allokation untersucht.

- Besondere Bedeutung kommt hierbei sogenannten *Ergebnissignalen* zu, die im Erwartungswert mit der Zielgröße des Prinzipals übereinstimmen. Es wird gezeigt, dass Ergebnissignale zu leistungsabhängiger Entlohnung in Modellen führen, in denen sie ansonsten nicht optimal wäre. Der enge Zusammenhang zwischen Ergebnissignal und Zielgröße des Prinzipals verhindert eine starke Fehlallokationen des Arbeitseinsatzes.

- Ergebnissignale führen jedoch nicht zwangsläufig zu einer optimalen Aufteilung des Arbeitseinsatzes. Es wird gezeigt, dass es für den Prinzipal optimal sein kann, zusätzlich zum Ergebnissignal Einsatzsignale hinzuzuziehen, um den Einsatz für eine bestimmte Aufgabe zu bestrafen. Dies ist optimal, auch wenn dieser Einsatz produktiv ist, da eine bessere Allokation der Einsätze einen höheren Gewinn ermöglicht.

*schnedler@iza.org, Research Fellow
CMPO, University of Bristol, 12 Priory Road, Bristol BS81TN, UK
Ich danke den anonymen Gutachtern, Mathias Kräkel, sowie den Teilnehmern des Dortmunder Wirtschafttheoretischen Kolloquiums und des Köln-Bonner Kolloquiums für Personalökonomie für hilfreiche Hinweise und Anmerkungen.
Für alle verbliebenen Fehler zeichne ich selbst verantwortlich. Diese Arbeit wurde dankenswerterweise vom IZA und der DFG logistisch und finanziell unterstützt.

A. Einleitung

Asymmetrische Informationsverteilung ist neben externen Effekten eine oft verwendete Erklärung für die Entstehung und Existenz von Institutionen und Organisationen (vgl. z.B. Kräkel 1999). In Arbeitsverhältnissen kann asymmetrische Information zum Beispiel auftreten, wenn der Arbeitgeber den Arbeitseinsatz des Arbeitnehmers nicht beobachten kann. Um dennoch Arbeitsanreize zu setzen, besteht die Möglichkeit, Leistungen des Arbeitgebers an den Arbeitnehmer vertraglich an ungenaue aber beobachtbare Signale zu koppeln, die Aufschluss über den Arbeitseinsatz geben. Ein geeigneter Rahmen zur Analyse solcher Verträge stellt das "Modell verborgener Aktionen" (moral hazard model) dar (vgl. Salanie 1998, Schweizer 1999). Ein wichtiger Aspekt dieses Modells ist der Zielkonflikt zwischen starken Arbeitsanreizen und der damit einhergehenden Einkommensunsicherheit, für die ein risikoaverser Arbeitnehmer entschädigt werden muss.

In diesem Modell haben Signale ausschließlich risikomindernde Wirkung und es gilt das *Informationsprinzip* (Holmström 1979, 1982) wonach jedes Signal, dessen Informationsgehalt nicht bereits durch andere Signale abgedeckt ist, Auswirkungen auf den Lohn des Arbeitnehmers haben sollte. Hat der Arbeitnehmer mehrere Aufgaben und entscheidet er daher über mehrere Arbeitseinsätze (Multi-Tasking), hat das Informationsprinzip keine Gültigkeit und Signale haben neben der risikomindernden eine allokative Funktion. Sie steuern die Aufteilung des Einsatzes auf die verschiedenen Aufgaben. Liegen zum Beispiel nicht für alle relevanten Arbeitsaufgaben Signale vor, wie in Holmström und Milgrom's *Home Contractor Model* (1991), so kann sich die Verwendung von Signalen als nachteillig erweisen, weil sich der Arbeitnehmer zu stark auf bestimmte Arbeitsaufgaben konzentriert. Verzicht auf leistungsabhängige Entlohnung tritt auch auf, wenn der Arbeitgeber nur Gewinn aus der gleichzeitigen Ausübung verschiedener Einsätze zieht, die perfekt substitutierbar in der Kostenfunktion sind und mit unterschiedlicher Unsicherheit gemessen werden; in diesem Fall greift das ebenfalls von Holmström und Milgrom (1991) beschriebene *Equal Compensation Principle*.

Der Verzicht auf leistungsabhängige Entlohnung hängt von verschiedenen Modellannahmen ab. So ist zum Beispiel bei linearer Gewinnfunktion des Arbeitgebers und additiv-separablen quadratischen Kosten des Arbeitnehmers die Verwendung von Leistungssignalen sinnvoll, solange sie sich nicht als weniger schwankende Linearkombination bereits verwendeter Signale darstellen lassen (Feltham und Xie 1994). Ferner ist für die Resultate von Holmström und Milgrom (1991) entscheidend, dass es keine vertraglich verwendbaren *Ergebnissignale* gibt, wobei mit diesem Begriff Signale bezeichnet werden, die im Erwartungswert mit der Zielgröße des Arbeitgebers übereinstimmen. Wegen dieser Übereinstimmung kommt ihnen besondere Bedeutung für die Aufteilung des Arbeitseinsatzes zu. Führt man zum Beispiel in das *Home Contractor Model* Ergebnissignale ein, so können übermäßige Verzerrungen des Einsatzes vermieden werden, so dass leistungsabhängige Entlohnung optimal wird; ein entsprechender Beweis wird später in diesem Artikel geführt.

Während Ergebnissignale von Holmström und Milgrom (1991) ausgeschlosser werden, erwähnen Feltham und Xie (1994) sowie Wagenhofer (1996) den Spezialfall von Signalen, die mit mit der Zielgröße des Arbeitgebers übereinstimmen, aber widmen diesem Fall keine eingehendere Aufmerksamkeit. In der Tat scheinen Ergebnissignale auf den ersten Blick unproblematisch zu sein, da bei Übereinstimmung der Zielgröße mit dem Erwartungswert des

Signals keine Verzerrung zu erwarten ist.

Wie im Folgenden dargestellt wird, ist diese Einschätzung falsch: Auch bei ausschließlicher Verwendung von Ergebnissignalen kann es zu Fehlallokationen des Einsatzes kommen. Verursacht wird die Fehlallokation durch Interaktion der Arbeitseinsätze in der Gewinnfunktion des Arbeitgebers oder in der Kostenfunktion des Arbeitnehmers. Da Feltham und Xie (1994) linearen Gewinn und separable Kosten betrachten, tritt diese Art von Fehlallokation bei ihnen nicht auf. Wagenhofer (1996) betrachtet zwar die Interaktion in der Kostenfunktion in einem Modell, das Ähnlichkeit mit dem *Home Contractor Model* aufweist, lässt aber – wie Holmström und Milgrom (1991) – keine Ergebnissignale zu.

Dass auch Signale, die im Erwartungswert mit der Zielgröße übereinstimmen, verzerrende Wirkung entfalten können, ist eine entscheidende und neue Erkenntnis dieses Artikels. Nachgewiesen wird sie im einfachst-möglichen Rahmen: In einem Modell mit zwei Teiltätigkeiten steht neben einem Ergebnissignal auch ein *Einsatzsignal* zur Verfügung, das Aufschluss über den Arbeitseinsatz bezüglich einer der beiden Tätigkeiten gibt. Beispiele für Einsatzsignale sind verbrauchtes Material, Arbeitsstunden oder die Anzahl der hergestellten Artikel. Wird nun das Einsatzsignal verwendet, um den Arbeiter für hohen Einsatz zu bestrafen, so erhöht die Hinzunahme des Signals die Unsicherheit ohne den Einsatz zu erhöhen und das Ziel seiner Verwendung kann nur eine Verbesserung der Allokation der Einsätze sein. Die Benutzung des Einsatzsignals zur Bestrafung von produktivem Einsatz ist also ein sicheres Indiz dafür, dass das Ergebnissignal allein eine Fehlallokation induziert, die der Korrektur bedarf.

Wagenhofer (1996) beschreibt ebenfalls ein Modell mit zwei Signalen, in dem es optimal ist den Arbeitnehmer bei hohen Werten des Signals zu bestrafen. Allerdings sind seine Signale keine reinen Einsatzsignale und nicht zwangsläufig monoton steigend in den Einsätzen. Fällt zum Beispiel der Erwartungswert des Signals in einem Einsatz, so führt die Bestrafung des Agenten bei hohen Signalwerten zu einer Erhöhung dieses Einsatzes. Wagenhofer selbst begründet die Bestrafung hoher Signalwerte mit positiver Korrelation zwischen verschiedenen Signalen. Das Besondere am hier vorgestellten Modell ist, dass es für den Arbeitgeber optimal ist, nicht nur hohe Signalwerte sondern tatsächlich hohen Einsatz zu bestrafen. Dieses überraschende Ergebnis beruht darauf, dass die Bestrafung des weniger gewünschten Einsatzes die Attraktivität des bevorzugten Einsatzes aus Sicht des Arbeiters erhöht. Die Interaktion der Einsätze entweder in der Kosten- oder in der Nutzenfunktion ist hierfür unerlässlich.

Abbildung 1 stellt das hier verwendete Modell, dem Modell mit einfachem Arbeitseinsatz und einem Multi-Tasking Modell ohne Ergebnissignal (vgl. *Home Contractor Model*) gegenüber. Um die allokative Wirkung von Ergebnissignalen zu untersuchen, wird die von Spremann (1987) eingeführte LEN-Variante des Prinzipal-Agent-Modells mit verborgenen Aktionen verwendet. LEN steht dabei für eine Lohnfunktion die linear in den Signalen ist, eine exponentielle Nutzenfunktion des Arbeitnehmers und normalverteilte Signale. Die hier verwendete Signalspezifikation entspricht der von Spremann (1989, S. 27) verwendeten – allerdings wird, aus den oben angeführten Gründen, abweichend Interaktion zwischen den Einsätzen in der Gewinn- und Kostenfunktion zugelassen.

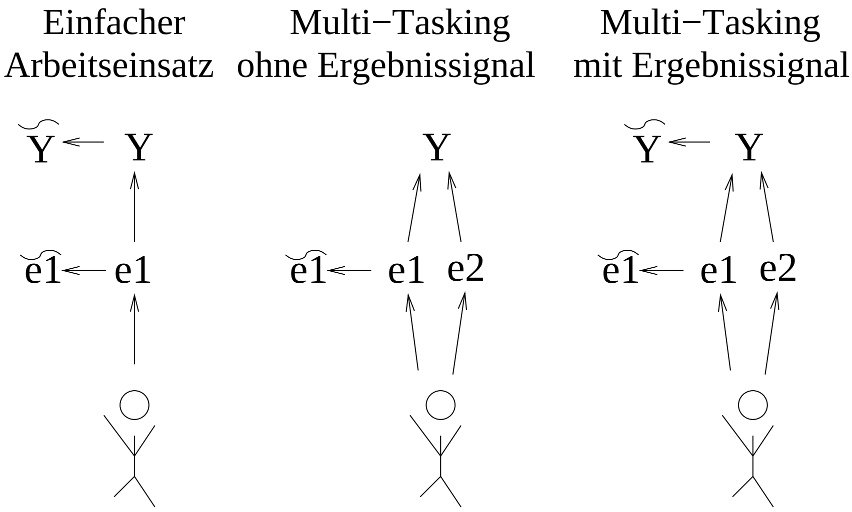

Abbildung 1: Beispiele für Modelle verborgener Aktionen

Y: Zielgröße; e_1, e_2: Arbeitseinsätze; $\widetilde{Y}, \tilde{e}_1$: vertraglich verwendbare Signale. Bei einfachem Arbeitseinsatz haben Ergebnissignale keine spezielle Funktion. In Multi-Tasking-Modellen ohne Ergebnissignal kann es zu starken Verzerrungen kommen, so dass auf den Einsatz leistungsabhängiger Entlohnung verzichtet wird. Ergebnissignale verhindern diese Verzerrung und leistungsabhängige Entlohnung ist optimal.

Bisher ist das ökonomische Problem anhand der Beziehung zwischen einem Arbeitgeber und einem Arbeitnehmer dargestellt worden. Selbstverständlich lassen sich alle bisherigen und folgenden Aussagen auf den allgemeineren Rahmen einer Prinzipal-Agent-Beziehung ausweiten, wenn der Arbeitgeber mit dem Prinzipal und der Arbeitnehmer mit dem Agent identifiziert wird.

Abschnitt B führt das Modell ein und beschreibt das Problem, einen optimalen Vertrag zu finden. In Abschnitt C wird ein Beispiel vorgestellt, bei dem das Einsatzsignal zur Bestrafung von Einsatz genutzt wird, es also ohne Einsatzsignal zu einer Fehlallokation des Einsatzes käme. In Abschnitt

D wird von speziellen Funktionen für Zielgröße und Kosten abgerückt, um allgemeine Bedingungen für die Verwendung des Einsatzsignals und die Fehlallokation durch das Ergebnissignal herzuleiten. Schließlich endet der Beitrag in Abschnitt E mit einigen Schlussbemerkungen.

B. Modell und Optimierungsproblem

Betrachtet sei ein risikoneutraler Prinzipal und ein risikoaverser Agent, der durch zwei Arten von Arbeitseinsatz, e_1 und $e_2 \in I\!R^+$, die Zielgröße des Prinzipals, $Y(e_1, e_2)$, positiv beeinflussen kann. Zur Vereinfachung der Darstellung sei angenommen, dass die Zielgröße des Prinzipals der Gewinn ist, der aus dem Verkauf der Produktion $Y(e_1, e_2)$ zum standardisierten Preis von eins erfolgt. Dies stellt keine Einschränkung der Allgemeingültigkeit dar aber es ermöglicht, mit vertrauten Begrifflichkeiten wie Produktions- und Gewinnfunktion zu arbeiten. Die Arbeitseinsätze sind für den Agenten mit einem Arbeitsleid $C(e_1, e_2)$ verbunden und können nicht vertraglich fixiert werden. Allerdings sei ein Signal über das Produktionsergebnis, $\widetilde{Y}(e_1, e_2) = Y(e_1, e_2) + \eta$, und ein Signal über Arbeitseinsatz e_1 verfügbar: $\widetilde{e_1} = e_1 + \epsilon$; dabei seien η und ϵ zwei unabhängige normalverteilte Störterme mit Erwartungswert Null und Varianz σ_η^2 bzw. σ_ϵ^2. Während der Prinzipal die Differenz aus Produktion Y und Lohnkosten $w(\widetilde{Y}, \widetilde{e_1})$ maximiert, sei die Zielfunktion des Agenten eine Nutzenfunktion mit konstanter absoluter Risikoaversion (CARA): $u(v) = -e^{-rv}$, wobei $v = w(\widetilde{Y}, \widetilde{e_1}) - C(e_1, e_2)$ das Vermögen des Agenten und $r \in I\!R^+$ das Arrow-Pratt Maß für Risikoaversion ist.

In Multi-Tasking-Modellen wird die Gestalt von Verträgen in der Regel auf lineare Verträge eingeschränkt (Holmström und Milgrom 1991, Feltham und

Xie 1994, Wagenhofer 1996, Baker 2002). Diese Einschränkung des Vertragsraums vereinfacht das Problem erheblich und kann damit begründet werden, dass sich lineare Verträge in komplexen Umgebungen als robust erweisen (Holmström and Milgrom 1987). Allerdings ist nicht ausgeschlossen, dass sich ohne diese Einschränkung bessere Verträge finden lassen (vgl. auch Wagenhofer und Ewert 1993 sowie den Kommentar von Breuer 1993). Annahmegemäß hängt also der Lohn w, linear von den Signalen ab:

$$w(\widetilde{Y}, \widetilde{e_1}|a, b, c) = a + b\widetilde{Y} + c\widetilde{e_1}. \tag{1}$$

Ein Vorteil der Kombination von linearen Verträgen und CARA-Nutzenfunktion mit normalverteilten Störtermen, der sicherlich zur Popularität des LEN-Modells beigetragen hat, ist die einfache Berechenbarkeit des Sicherheitsäquivalents, das den Agenten zwischen einem Vertrag mit Risiko und einer festen Zahlung indifferent sein lässt:

$$S\ddot{A} = w(Y, e_1, a, b, c) - C(e_1, e_2) - \frac{r}{2}(b^2\sigma_\eta^2 + c^2\sigma_\epsilon^2). \tag{2}$$

dabei sind $\frac{r}{2}(b^2\sigma_\eta^2 + c^2\sigma_\epsilon^2)$ die Kosten, die durch die Risikoaversion des Agenten bei der Verwendung von Signalen entstehen (*Risikoprämie*).

Der Prinzipal schlägt dem Agenten einen Vertrag vor, der Agent kann diesen Vertrag ablehnen und erhält dann ein Vermögen, das auf Null standardisiert sei. Nimmt der Agent an, so wählt er die Arbeitseinsätze. Die Störterme η und ϵ realisieren sich und der Agent wird vertragsgemäß und den Signalen entsprechend bezahlt.

Der Prinzipal sieht sich folgendem Maximierungsproblem gegenüber:

$$\begin{aligned} &\max_{a,b,c} \mathrm{E}[Y(e_1^*, e_2^*) - w(\widetilde{Y}(e_1^*, e_2^*), \widetilde{e_1}(e_1^*)|a, b, c)] \\ \text{so dass } &(e_1^*, e_2^*) \in \mathrm{argmax}_{e_1,e_2} \mathrm{E}\left[u\left(w(\widetilde{Y}, \widetilde{e_1}|a, b, c) - C(e_1, e_2)\right)\right] \\ \text{und } &\mathrm{E}\left[u\left(w(\widetilde{Y}(e_1^*, e_2^*), \widetilde{e_1}(e_1^*)|a, b, c) - C(e_1^*, e_2^*)\right)\right] \geq u(0). \end{aligned} \tag{3}$$

Wobei die erste Nebenbedingung sicherstellt, dass der Agent den für ihn besten Arbeitseinsatz wählt und die zweite Nebenbedingung, dass er bereit ist, den Vertrag zu unterzeichnen.

Schreibt man die Erwartungswerte in den Nebenbedingungen in das entsprechende Sicherheitsäquivalent um, so lässt sich die fixe Zahlung an den Agenten so bestimmen, dass dieser gerade gewillt ist den Vertrag zu unterschreiben: $a = -bY(e_1^*, e_2^*) - ce_1^* + C(e_1^*, e_2^*) + \frac{r}{2}(b^2\sigma_\eta^2 + c^2\sigma_\epsilon^2)$. Durch Einsetzen der fixen Zahlung vereinfacht sich das Problem zu:

$$\begin{aligned} &\max_{a,b,c} Y(e_1^*, e_2^*) - C(e_1^*, e_2^*) - \frac{r}{2}(b^2\sigma_\eta^2 + c^2\sigma_\epsilon^2) \\ \text{so dass } &(e_1^*, e_2^*) \in \mathrm{argmax}_{e_1,e_2} bY(e_1, e_2) + ce_1 - C(e_1, e_2). \end{aligned} \tag{4}$$

Zwei Grenzwertbetrachtungen sind in diesem Zusammenhang aufschlussreich. Tendiert die Varianz des Ergebnissignals gegen unendlich, so sind die Kosten seiner Verwendung prohibitiv hoch und der Arbeitgeber verzichtet auf seine Verwendung ($b = 0$). Das *Home Contractor Model* von Holmström and Milgrom (1991) ist daher ein Spezialfall des hier besprochenen Modells. Tendiert die Varianz des Ergebnissignals jedoch gegen Null, so ist seine Verwendung mit keinerlei Risikokosten verbunden und die Allokation, die bei vertraglicher Fixierung des Einsatzes möglich wäre (*first-best*), lässt sich zum selben Preis erreichen.

Sind die Arbeitseinsätze e_1^* und e_2^* in Abhängigkeit von b und c bekannt und ist $Y(e_1, e_2) - C(e_1, e_2)$ ein konkave Funktion, so sind die optimalen Koeffizienten b^* und c^* die Lösungen des folgenden Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} (Y_1 - C_1) \cdot \frac{de_1^*}{db} + (Y_2 - C_2) \cdot \frac{de_2^*}{db} - rb^*\sigma_\eta^2 = 0 \\ \text{und } (Y_1 - C_1) \cdot \frac{de_1^*}{dc} + (Y_2 - C_2) \cdot \frac{de_2^*}{dc} - rc^*\sigma_\epsilon^2 = 0, \end{aligned} \tag{5}$$

wobei Y_1, Y_2, C_1 und C_2 die Ableitungen von Produktions- und Kostenfunktion nach dem ersten beziehungsweise zweiten Arbeitseinsatz bezeichnen. Die Argumente (e_1, e_2) der Ableitungen wurden aus Platzgründen unterdrückt.

C. Beispiel für die Bestrafung von Einsatz

Angenommen es gibt zwei Arbeitsaufgaben, die Produktionsfunktion ist linear in den jeweiligen Arbeitseinsätzen und viermal so produktiv im zweiten Arbeitseinsatz: $Y(e_1, e_2) = e_1 + 4 \cdot e_2$. Die entsprechende Kostenfunktion sei: $C(e_1, e_2) = \frac{1}{2}e_1^2 + e_2^2 - e_1 + e_2 + e_1 \cdot e_2$. Die Form der Kostenfunktion wurde so gewählt, dass sich einfache Lösungen ergeben und dass sie zwei wichtige Eigenschaften aufweist. Zum Einen ist der produktivere Einsatz mit höheren Kosten verbunden, so dass der Agent einen anderen Einsatz bevorzugt als der Prinzipal. Zum Zweiten besteht eine Interaktion zwischen den Einsätzen: Erhöht sich ein Einsatz, so steigen die Grenzkosten für den anderen Einsatz. Denkbar wäre zum Beispiel, dass der Arbeiter sich mehr konzentrieren muss, wenn er beide Einsätze gleichzeitig auf hohem Niveau leisten soll.

Könnten Verträge über die Arbeitseinsätze abgeschlossen werden, so würde der Prinzipal $Y(e_1, e_2) - C(e_1, e_2)$ maximieren und den Agenten für seinen Arbeitsaufwand entschädigen. Die entsprechenden optimalen Arbeitseinsätze können über die Bedingung erster Ordnung bestimmt werden und lauten:

$e_1^{**} = e_2^{**} = 1$. Ist keine bindende Festlegung auf diese Arbeitseinsätze möglich muss auf Verträge der Gestalt (1) zurückgegriffen werden. Die Arbeitseinsätze des Agenten in Abhängigkeit von b und c sind dann: $e_1^* = 3 - 2b + 2c$ und $e_2^* = -2 + 3b - c$. Passt man das Gleichungssystem zur Bestimmung der Vertragsparameter, (5), an die hier verwendeten Produktions- und Kostenfunktionen an und setzt die Ableitungen von e_1^* und e_2^* nach den Vertragsparametern ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} (1 - e_1^* - e_2^* + 1) \cdot (-2) + (4 - e_1^* - 2e_2^* - 1) \cdot 3 - rb^*\sigma_\eta^2 &= 0 \\ \text{und} \qquad (1 - e_1^* - e_2^* + 1)2 + (4 - e_1^* - 2e_2^* - 1) \cdot (-1) - rc^*\sigma_\epsilon^2 &= 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Werden die gewählten Arbeitseinsätze eingesetzt, so kann nach den optimalen Vetragsparametern aufgelöst werden. Für das Ergebnissignal erhält man:

$$b^* = \frac{16 + 10r\sigma_\epsilon^2}{16 + 10r\sigma_\epsilon^2 + 2r\sigma_\eta^2 + r\sigma_\eta^2 r\sigma_\epsilon^2}.$$

Wie in anderen Modellen verborgener Aktionen wird der risiko-averse Agent gegen Schwankungen in der Produktion versichert ($b^* < 1$). Für den Koeffizienten des Einsatzsignals ergibt sich:

$$c^* = \frac{-2r\sigma_\epsilon^2}{16 + 10r\sigma_\epsilon^2 + 2r\sigma_\eta^2 + r\sigma_\eta^2 r\sigma_\epsilon^2}.$$

Da sowohl alle Varianzen als auch r positiv sind, ist der Nenner positiv und der Zähler negativ, so dass der gesamte Ausdruck negativ wird. Der Agent wird also für den Arbeitseinsatz e_1 bestraft. Eine solche Bestrafung ist optimal, da der Agent ansonsten zuviel Arbeitseinsatz e_1 im Vergleich zum Arbeitseinsatz e_2 wählt; schließlich internalisiert er von der hohen Grenzproduktivität des zweiten Arbeitseinsatzes nur einen Bruchteil $b^* < 1$.

Ergebnis 1. *Es kann für den Prinzipal optimal sein, dem Agenten eine höhere Unsicherheit aufzubürden und eine entsprechende Risikoprämie zu zahlen,* *um dessen Arbeitseinsatz bezüglich einer Arbeitsaufgabe zu bestrafen ($c^* < 0$), wenn damit ein anderer Einsatz marginal billiger wird und somit eine verbesserte Allokation erreicht werden kann.*

Die folgenden Abschnitte dienen der allgemeinen Charakterisierung dieses Phänomens.

D. Allgemeine Technologie

Es sei angenommen, dass die Produktions- und Kostenfunktion zweimal stetig differenzierbar und streng wachsend in den Arbeitseinsätzen sind. Um die Existenz einer inneren Lösung sicherzustellen und ihre Bestimmung zu erleichtern, soll vorausgesetzt werden, dass die Produktionsfunktion konkav und die Kostenfunktion strikt konvex ist.

Zu Vergleichszwecken soll zunächst bestimmt werden, welche verifizierbaren Arbeitseinsätze gewählt werden, wenn also Arbeitseinsätze direkt Gegenstand des Vertrages sein können (Abschnitt D.I). Dann wenden wir uns dem Problem des Prinzipals zu, wenn dies nicht möglich ist: Das Verhalten des Agenten bei gegebenem Vertrag wird beschrieben (Abschnitt D.II) sowie die entscheidenden Aussagen über die Signalverwendung hergeleitet (Abschnitt D.III).

D.I Verifizierbare Einsätze (First-Best-Lösung)

Bei verifizierbaren Arbeitseinsätzen kann der Prinzipal selbige direkt in den Vertrag schreiben. Das Problem reduziert sich damit auf die Wahl der Einsätze, die aufgrund der eben getroffenen Konkavitätsannahmen durch die Bedingung erster Ordnung bestimmt sind:

$$Y_1(e_1^{**}, e_2^{**}) - C_1(e_1^{**}, e_2^{**}) = 0 \tag{7}$$

$$Y_2(e_1^{**}, e_2^{**}) - C_2(e_1^{**}, e_2^{**}) = 0. \tag{8}$$

Durch Schreiben der Kosten auf die rechte Seite und Division ergibt sich eine Grenzverhältnisbedingung, die zusammen mit (8) ein Gleichungssystem bildet, das hinreichend und notwendig für die Nutzenmaximierung des Agenten ist:

$$Y_2(e_1^{**}, e_2^{**}) = C_2(e_1^{**}, e_2^{**}) \qquad \frac{Y_1(e_1^{**}, e_2^{**})}{Y_2(e_1^{**}, e_2^{**})} = \frac{C_1(e_1^{**}, e_2^{**})}{C_2(e_1^{**}, e_2^{**})}. \tag{9}$$

Die nächsten beiden Abschnitte beschäftigen sich mit der zweit-besten Lösung, der optimalen Lösung, wenn keine Verträge über Arbeitseinsätze geschlossen werden können.

D.II Wahl des Arbeitseinsatzes (Second-Best-Lösung)

Ist es unmöglich, Verträge über Arbeitseinsätze abzuschließen, so muss ein Entlohnungschema der Form (1) benutzt werden. Der Arbeitseinsatz des Agenten hängt dann von der Wahl der Parameter b und c ab. Wie sich das Verhalten des Agenten in Abhängigkeit von b und c verändert, ist Gegenstand dieses Abschnittes.

Gegeben die Vertragsparameter maximiert der Agent seinen Nutzen. Dies ist gleichbedeutend mit der Maximierung seines Vermögens $bY(e_1, e_2) + ce_1 - C(e_1, e_2)$. Für $b \geq 0$ überträgt sich die strikte Konkavitätseigenschaft der Gewinnfunktion auf das Vermögen. Ein rationaler Prinzipal wird jedoch niemals $b < 0$ wählen, da er dann den Agenten für die Erhöhung des Gewinns bestraft.

Die Bedingungen erster Ordnung für den Agenten lauten:

$$
\begin{aligned}
bY_1(e_1^*, e_2^*) + c - C_1(e_1^*, e_2^*) &= 0 && (10)\\
bY_2(e_1^*, e_2^*) - C_2(e_1^*, e_2^*) &= 0. && (11)
\end{aligned}
$$

Aus der strikten Konkavität des Vermögens lassen sich einige später hilfreiche Abschätzungen herleiten. Hierzu sei die zweite Ableitung des Vermögens mit $V_{\Delta\Delta}$ und die zweite Ableitung der Produktions- und Kostenfunktion nach dem i-ten und j-ten Arbeitseinsatz mit $Y_{ij}(e_1, e_2)$ und $C_{ij}(e_1, e_2)$ bezeichnet. Strikte Konkavität des Vermögens in den Arbeitseinsätzen impliziert dann:

$$bY_{11}(e_1, e_2) - C_{11}(e_1, e_2) < 0 \tag{12}$$

und $det(V_{\Delta\Delta}) > 0$. Ausgeschrieben und umgeformt ergibt sich:

$$
\begin{aligned}
&(bY_{11}(e_1, e_2) - C_{11}(e_1, e_2)) \cdot (bY_{22}(e_1, e_2) - C_{22}(e_1, e_2))\\
&> (bY_{12}(e_1, e_2) - C_{12}(e_1, e_2))^2.
\end{aligned} \tag{13}
$$

Aus den beiden Ungleichungen folgt unmittelbar:

$$bY_{22}(e_1, e_2) - C_{22}(e_1, e_2) < 0. \tag{14}$$

Wie im letzten Abschnitt kann eine Grenzverhältnisbedingung formuliert werden, in dem die Kosten in (10) und (11) auf die rechte Seite geschrieben und die beiden Gleichungen dividiert werden. Zusammen mit (11) ergibt sich wiederum ein Gleichungssystem, dessen Lösung die nutzenmaximierenden Einsätze des Agenten beschreibt:

$$bY_2(e_1^*, e_2^*) = C_2(e_1^*, e_2^*) \qquad \frac{Y_1(e_1^*, e_2^*)}{Y_2(e_1^*, e_2^*)} = \frac{C_1(e_1^*, e_2^*)}{C_2(e_1^*, e_2^*)} - \frac{c}{C_2(e_1^*, e_2^*)}. \tag{15}$$

Im Vergleich zu (9) wird der Einfluss der Vertragsparameter deutlich: Ist c verschieden von Null, so ändert sich die – durch die Grenzverhältnisbedingung gestiftete – Beziehung zwischen e_1^* und e_2^* und entfernt sich von der

Beziehung bei verifizierbaren Arbeitseinsätzen. Gleiches geschieht bei einem von eins verschiedenen b mit der e_1^*-e_2^*-Beziehung, die aus der ersten Gleichung resultiert.

Wie ändern sich nun die Arbeitseinsätze e_1^* und e_2^* in Abhängigkeit der Vertragsparameter b und c? Der Satz über implizite Funktionen gibt folgende Antwort:

$$\frac{d(e_1^*, e_2^*)'}{d(b,c)} = -\frac{1}{detV_{\Delta\Delta}} \begin{pmatrix} bY_{22} - C_{22} & -(bY_{12} - C_{12}) \\ -(bY_{12} - C_{12}) & bY_{11} - C_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 & 1 \\ Y_2 & 0 \end{pmatrix}, \tag{16}$$

wobei die Argumente der Ableitungen (e_1^*, e_2^*) aus Platzgründen weggelassen wurden.

Anhand des Gleichungssystems (16) kann nun bestimmt werden, ob die vom Agent gewählten Arbeitseinsätze e_1^* und e_2^* in den Vertragsparametern b und c zu- oder abnehmen. Der Interaktion zwischen den Arbeitseinsätzen sowohl in der Produktions- als auch in der Kostenfunktion, kommt dabei eine wichtige Rolle zu. Um die Interaktion begrifflich zu fassen, sei die Funktion

$$\kappa(e_1, e_2|b) \equiv bY_{12}(e_1, e_2) - C_{12}(e_1, e_2) \tag{17}$$

als *b-Komplementarität* definiert. Wie lässt sich b-Komplementarität veranschaulichen? Für $b = 1$ entspricht sie der Kreuzableitung der Gewinnfunktion. Genau wie diese gibt sie an, wie sich die Erhöhung eines Einsatzes bei Zunahme des anderen Einsatzes auswirkt. Der Vertragsparameter b findet Eingang, da die Interaktion aus Sicht des Agenten beschrieben werden soll, der die Auswirkungen von Einsatzänderung auf die Produktion nur insoweit berücksichtigt wie sie sich über leistungsabhängige Entlohnung auf sein

Vermögen auswirkt. Die b-Komplementarität kann auch negative Werte annehmen, z.B. wenn Synergie-Effekte bei der Produktion durch Überlastung des Agenten (also auf der Kostenseite) wieder zunichte gemacht werden. Hierin unterscheidet sich der vorgestellte Komplementaritätsbegriff zum Beispiel von dem Konzept von Milgrom und Roberts (1995), die Komplementarität lediglich als *positive* Wechselwirkung zwischen den Einsätzen verstehen.

Entsprechend Gleichung (16) ist die Ableitung von e_1 nach c:

$$\frac{\partial e_1^*}{\partial c} = -\frac{1}{detV_{\Delta\Delta}}(bY_{22} - C_{22}) > 0, \tag{18}$$

wobei aus (13) und (14) resultiert, dass die Ableitung positiv ist.

Ergebnis 2. *Der Arbeitseinsatz des Agenten e_1^* steigt streng monoton in der Bedeutung des Einsatzsignals c. Dies geschieht unabhängig von Technologie- und anderen Modellparametern.*

Der Vertragsparameter kann also direkt und in einfacher Weise verwendet werden, um Einfluss auf den Arbeitseinsatz e_1^* zu nehmen.

Der Arbeitseinsatz e_2^* ist genau dann streng monoton steigend in c wenn die b-Komplementarität grösser als Null ist. Kann der Agenten also bei einer Zunahme von e_1 durch eine Erhöhung von e_2 sein Vermögen mehren, so wird er durch $c > 0$ nicht alleine dazu gebracht, mehr Einsatz e_1^* zu leisten sondern er steigert auch e_2^*.

Die Montonie der Arbeitseinsätze in b ergibt sich als Vorzeichen der Ableitungen nach b wie folgt:

$$sign\left(\frac{\partial e_1^*}{\partial b}\right) = sign\left(Y_2(bY_{12}-C_{12}) - Y_1(bY_{22}-C_{22})\right)$$
$$sign\left(\frac{\partial e_2^*}{\partial b}\right) = sign\left(Y_1(bY_{12}-C_{12}) - Y_2(bY_{11}-C_{11})\right).$$

Per Annahme ist die Produktion im Arbeitseinsatz wachsend: $Y_1 > 0, Y_2 > 0$. Aufgrund der Konkavität des Problems, wie sie sich in den Gleichungen (12) und (14) niederschlägt, sind die Terme $bY_{11} - C_{11}$ und $bY_{22} - C_{22}$ negativ. Damit ist der letzte Subtrahent in beiden Zeilen negativ und die b-Komplementarität bestimmt, ob die Arbeitseinsätze im Parameter b zu- oder abnehmen. Eine notwendige Voraussetzung für abnehmende Arbeitseinsätze ist eine negative b-Komplementarität. Allerdings muss zumindest einer der Einsätze in b steigen. Dies lässt sich durch einen Widerspruchsbeweis zeigen. Angenommen keine Ableitung wäre positiv, dann gilt:

$$\begin{aligned} Y_2|bY_{11}-C_{11}| &\leq Y_1|bY_{12}-C_{12}| \\ Y_1|bY_{22}-C_{22}| &\leq Y_2|bY_{12}-C_{12}| \\ \text{und damit } (bY_{11}-C_{11})(bY_{22}-C_{22}) &\leq (bY_{12}-C_{12})^2. \end{aligned}$$

Dies aber steht im Widerspruch dazu, dass es sich bei e_1^* und e_2^* um ein Maximierer des Agenten handelt (siehe (13)). Also gilt:

$$\frac{\partial e_1^*}{\partial b} \leq 0 \Rightarrow \frac{\partial e_2^*}{\partial b} > 0 \text{ und } \frac{\partial e_2^*}{\partial b} \leq 0 \Rightarrow \frac{\partial e_1^*}{\partial b} > 0. \tag{19}$$

Bei genügend kleiner b-Komplementarität steigt folglich einer der Arbeitseinsätze in b während der andere gleich bleibt oder fällt. Auf die Frage, welcher der Einsätze steigt, lässt sich keine allgemeine Antwort geben. Ist allerdings die b-Komplementarität sehr klein, so nimmt der Arbeitseinsatz mit der höheren Grenzproduktivität zu (Beweis siehe Anhang). Zusammenfassend lässt sich festhalten:

Ergebnis 3. *Die Interaktion der Einsätze in Produktions- und Kostenfunktion bestimmt die Reaktion des Agenten auf eine Erhöhung der Bedeutung* b *des Ergebnissignals. Die Verringerung eines Einsatzes bei höherer Bedeutung* ($\frac{\partial e_i}{\partial b} < 0$) *setzt eine negative* b*-Komplementarität voraus. Niemals fallen jedoch beide Einsätze, wenn die Bedeutung* b *erhöht wird.*

D.III Verwendung der Signale (Second-Best Lösung)

Nachdem wir uns eine Vorstellung über das Verhalten des Agenten in Abhängigkeit der Vertragsparameter gebildet haben, wollen wir uns nun mit den Vertragsparametern selbst beschäftigen. Zu ihrer Bestimmung kann das Gleichungssystem (5) benutzt werden. Zieht man die Information über die Arbeitseinsatzwahl des Agenten aus (10) und (11) hinzu, so können die Ableitungen der Kostenfunktion ersetzt werden und durch Umschreiben ergibt sich folgende Charakterisierung:

$$\begin{aligned} b^* &= \frac{Y_1 \cdot \frac{\partial e_1^*}{\partial b} + Y_2 \cdot \frac{\partial e_2^*}{\partial b} - c^* \frac{\partial e_1^*}{\partial b}}{Y_1 \cdot \frac{\partial e_1^*}{\partial b} + Y_2 \cdot \frac{\partial e_2^*}{\partial b} + \sigma_\eta^2 r} && (20) \\ c^* &= \frac{(1-b^*)\frac{\partial e_1^*}{\partial b}}{\sigma_\epsilon^2 r + \frac{\partial e_1^*}{\partial c}}. && (21) \end{aligned}$$

Wie zu erwarten, nehmen beide Werte ab, wenn sich die Varianz des zugehörigen Signals erhöht. Es kann außerdem gezeigt werden, dass es nicht optimal für den risikoneutralen Prinzipal ist, dem risikoaversen Agenten ein hohes Risiko aufzubürden ($b^* \leq 1$, Beweis siehe Anhang). Setzt man $b^* = 1$ ein, so ist $c^* = 0$, der Zähler in der ersten Zeile größer als der Nenner und es ergibt sich ein Widerspruch. Wäre $b^* < 0$, so weist das Problem des Agenten keine innere Lösung auf und es liegt entweder der Fall $e_1^* = e_2^* = 0$ vor oder aber c ist genügend positiv, so dass $e_1^* > 0$. In beiden Fällen stellt $b = 0$ eine Verbesserung gegenüber $b^* < 0$ dar, da sich die Risikoprämie an den Agenten reduziert. Im zweiten Fall ergibt sich ein zusätzlicher Effekt, da der Agent bei $b = 0$ den Einsatz e_1^* grösser wählen wird. Insgesamt gilt also $0 \leq b^* < 1$.

Da $b^* < 1$ ist der Faktor $(1 - b)$ ist positiv. Gleiches gilt per Annahme für $\sigma_\epsilon^2 r$. Zusammen mit Ungleichung (18) ist daher der Nenner der Gleichung für c^* in (20) positiv. Daher entspricht das Vorzeichen von c^* dem Vorzeichen von $\frac{\partial e_1^*}{\partial b}$:

$$\operatorname{sign}(c^*) = \operatorname{sign}\left(\frac{\partial e_1^*}{\partial b}\right). \tag{22}$$

Hieraus lässt sich unter Hinzuziehung von Ergebnis 3 unmittelbar folgende Aussage folgern:

Ergebnis 4. *Notwendige Voraussetzung dafür, dass der Agent für beobachtbaren Arbeitseinsatz e_1 bestraft wird ($c^* < 0$), ist eine negative b-Komplementarität.*

Die Arbeitseinsätze des Agenten müssen sich also gegenseitig stören oder ihre gleichzeitige Ausübung muss den Agenten überfordern damit es sinnvoll ist, den Agenten durch Bestrafung für hohe Werte des Arbeitseinsatzsignals dazu zu bewegen, e_1 zu reduzieren und sich stärker auf den zweiten Arbeitseinsatz e_2 zu konzentrieren. Die Verringerung des ersten Einsatzes und die Risikoprämie, die für die Verwendung des Signals fällig ist, wird durch die Erhöhung des zweiten Einsatzes mehr als aufgewogen.

Allerdings kann auch der Fall auftreten, wo das Einsatzsignal zu einer Fehlallokation führt, so dass auf seine Verwendung verzichtet wird. Nach Gleichung (22) liegt dieser Fall genau dann vor wenn:

$$\frac{de_1^*}{db}\Big|_{b=b^*,c=0} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad Y_2(b^*Y_{12} - C_{12}) = Y_1(b^*Y_{22} - C_{22}). \tag{23}$$

Wie bereits erwähnt kann es in Multi-Tasking-Modellen, in denen es kein Ergebnissignal gibt, zum völligen Verzicht auf die Verwendung von Signalen kommen (siehe z.B. Holmström und Milgrom 1991). Behält diese Aussage auch für den hier behandelten Fall Gültigkeit, wo ein Ergebnissignal verfügbar ist? Angenommen das Arbeitseinsatzsignal wird nicht verwendet. Dann folgt mit (23), dass $\frac{de_1^*}{db}\Big|_{b=b^*,c=0} = 0$ und die Signalverwendung des Ergebnissignals lautet

$$b^* = \frac{Y_2 \cdot \frac{\partial e_2^*}{\partial b}}{Y_2 \cdot \frac{\partial e_2^*}{\partial b} + \sigma_\eta^2 r}.$$

In Abschnitt D.II wurde gezeigt, dass zumindest ein Arbeitseinsatz in b steigen muss (siehe Gleichung (19)). Damit sind aber Nenner und Zähler von b^* strikt positiv und das Ergebnissignal wird verwendet.

Ergebnis 5. *Existieren Ergebnissignale, so ist leistungsabhängige Entlohnung optimal.*

Natürlich haben wir diese Aussage lediglich für den hier besprochenen Modellrahmen bewiesen. Da dieser Rahmen jedoch als Spezialfall das *Home Contractor Model* enthält, führt die Einführung des Ergebnissignals in diesem Modell also dazu, das es nicht mehr zum totalen Zusammenbruch expliziter Leistungsentlohnung kommt.

Die b-Komplementarität hat sich als charakteristische Größe zur Beschreibung optimalen Verhaltens herausgestellt. Tabelle 1 fasst den Zusammenhang zwischen ihr, dem Verhalten des Agenten und der Informationsverwendung durch den Prinzipal zusammen. An dieser Tabelle läßt sich auch ablesen, wann der Prinzipal das Einsatzsignal einsetzt, um den Agenten für Einsatz zu bestrafen und eine bessere Aufteilung des Einsatzes auf die Aufgaben zu erreichen.

<table>
<tr><td colspan="5">b−Komplementarität</td></tr>
<tr><td>$\kappa < \frac{Y_1}{Y_2}(b^* Y_{22} - C_{22})$</td><td>$\kappa = \frac{Y_1}{Y_2}(b^* Y_{22} - C_{22})$</td><td>$\frac{Y_1}{Y_2}(b^* Y_{22} - C_{22}) < \kappa < 0$</td><td>$\kappa = 0$</td><td>$\kappa > 0$</td></tr>
<tr><td colspan="5">Arbeitseinsätze</td></tr>
<tr><td colspan="5">$\frac{\delta e_1^*}{\delta c} > 0$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$\frac{\delta e_2^*}{\delta c} < 0$</td><td>$\frac{\delta e_2^*}{\delta c} = 0$</td><td>$\frac{\delta e_2^*}{\delta c} > 0$</td></tr>
<tr><td>$\frac{\delta e_1^*}{\delta b} < 0$</td><td>$\frac{\delta e_1^*}{\delta b} = 0$</td><td colspan="3">$\frac{\delta e_1^*}{\delta b} > 0$</td></tr>
<tr><td colspan="5">$\frac{\delta e_2^*}{\delta b} > 0$</td></tr>
<tr><td colspan="5">Informationsverwendung</td></tr>
<tr><td>$c^* < 0$</td><td>$c^* = 0$</td><td colspan="3">$c^* > 0$</td></tr>
<tr><td colspan="5">$b^* > 0$</td></tr>
</table>

Tabelle 1: b-Komplementarität, Agentenverhalten, und Signalverwendung

Die Tabelle beschreibt den Fall: $\frac{\partial e_2^*}{\partial b} > 0$. *Eine entsprechende Tabelle wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, findet sich im Anhang (Tabelle 2).*

Zum Abschluss, soll noch ein interessanter Spezialfall behandelt werden, an dem sich die Auswirkung der Komplementarität auf die Art der Signalverwendung gut darstellen läßt. Es sei angenommen, dass die Produktion selbst keinerlei Interaktion zwischen den Arbeitseinsätzen aufweist. Lediglich bei den Kosten treten Wechselwirkungen auf, die aber unabhängig von der Höhe der Einsätze sind: $C_{12}(e_1, e_2) = c_{12} \in I\!R$. Dann ist die b-Komplementarität exogen und entspricht genau dem negativen der Wechselwirkung: $\kappa(e_1, e_2|b) = -c_{12}$. Sinken die Kosten des einen Arbeitseinsatzes im anderen ($c_{12} < 0$), dann ist die b-Komplementarität positiv und entsprechend der Tabellen 1 und 2 wird der Arbeitseinsatz e_1 über das Arbeitseinsatzsignal belohnt. Steigen die Kosten des einen Einsatz jedoch stark in dem anderen, so kommt es darauf an, welcher Einsatz die höhere Grenzproduktivität aufweist (vgl. Bemerkung am Ende des Abschnittes D.II). Handelt es sich um den Einsatz für den ein Signal vorliegt (Tabelle 2), so wird dieses weiterhin positiv entlohnt ($c^* > 0$). Hat jedoch der Arbeitseinsatz über den kein Signal vorliegt die höhere Grenzproduktivität (Tabelle 1), so wird das Arbeitseinsatzsignal benutzt, um e_1 relativ zu verteuern ($c^* < 0$). Es tritt also der im Beispiel des Abschnittes C kennengelernte Fall ein.

E. Schlussbemerkung

Untersuchungsgegenstand dieses Artikels war die allokative Wirkung von Ergebnissignalen. Hierzu wurde ein Modell mit zwei Arbeitsaufgaben betrachtet. Der Interaktion dieser Arbeitseinsätze in der Gewinnfunktion des Arbeitgebers und der Kostenfunktion des Arbeitnehmers kam dabei besondere Bedeutung zu.

Es zeigt sich, dass Ergebnissignale leistungsabhängige Entlohnung in Situationen ermöglichen, in denen es ohne solche Signale optimal wäre auf leistungsabhängige Entlohnung zu verzichten. Ergebnissignale entfalten diese Wirkung, da sie eine übermässige Fehlallokation der Einsätze verhindern.

Auf der anderen Seite schützt auch die ausschliessliche Verwendung von Ergebnissignalen nicht vor Fehlallokation, wenn die Einsätze in Gewinn- oder Kostenfunktion stark negativ interagieren. In diesem Fall, ist der Arbeitgeber bereit, ein Einsatzsignal zu verwenden und die entsprechende Risikoprämie zu zahlen, um den Arbeitnehmer für Arbeitseinsatz zu bestrafen, weil dadurch die Allokation zwischen den verschiedenen Arten von Einsatz verbessert wird.

Literatur

Baker, G. (2002): “Distortion and Risk in Optimal Incentive Contracts,” *Journal of Human Resources*, 37(4), 728–751, Special Issue on Designing Incentives to Promote Human Capital.

Breuer, W. (1993): “Linearität und Optimalität in Ökonomischen Agency-Modellen (Eine Anmerkung),” *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 63(10), 1073–1076.

Feltham, G. A., and J. Xie (1994): “Performance Measure Congruity and Diversity in Multi-Task Principal/Agent Relations,” *The Accounting Review*, 69(3), 429–453.

Holmström, B. (1979): “Moral Hazard and Observability,” *Bell Journal of Economics*, 10(1).

——— (1982): “Moral Hazard in Teams,” *Bell Journal of Economics*, 13, 324–340.

Holmström, B., and P. Milgrom (1987): “Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporal Incentives,” *Econometrica*, 55(2), 303–328.

——— (1991): “Multitask Principal-Agent-Analysis: Incentive Contracts, Asset Ownership, and Job Design,” *Journal of Law, Economics, and Organization*, 7, 24–52.

Kräkel, M. (1999): *Organisation und Management.* Mohr Siebeck, Tübingen, Chapter B: Hidden-action im LEN-Modell, pp. 62–77.

Milgrom, P., and J. Roberts (1995): “Complementarities and Fit: Strategy, Structure , and Organizational Change in Manufacturing,” *Journal of Accounting and Economics*, 19, 179–208.

Salanié, B. (1998): *Economics of contracts*. MIT Press, Massachussets.

Schweizer, U. (1999): *Ökonomische Theorie der Verträge*. Mohr (Siebeck), Tübingen.

Spremann, K. (1987): "Agent and Principal," in *Agency Theory Information and Incentives*, ed. by G. Bamberg, and K. Spremann, pp. 3–37. Springer, New York, Berlin, London, and Tokyo.

Wagenhofer, A. (1996): "Anreizsysteme in Agencymodellen mit Mehreren Aktionen," *Die Betriebswirtschaft*, 56(2), 155–165.

Wagenhofer, A., and R. Ewert (1993): "Linearität und Optimalität in Ökonomischen Agency Modellen," *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 63, 373–391.

Anhang

Einsätze im Beispiel aus Abschnitt C

Die Bedingungen erster Ordnung lauten:

$$\begin{aligned} 1+b-e_1^*-e_2^*+c=0 \quad &\Leftrightarrow \quad e_1^*=1+b+c-e_2^* \\ -1+4b-e_1^*-2e_2^*=0 \quad &\Leftrightarrow \quad e_2^*=\frac{4b-1-e_1^*}{2}. \end{aligned}$$

Die optimalen Einsätze bei Verifizierbarkeit ergeben sich durch $b=1$ und $c=0$.

Einsatz mit höherer Grenzproduktivität steigt in b

Wie bewiesen ist zumindest die Ableitung eines Arbeitseinsatzes nach b positiv (vgl. (19)). Angenommen die Ableitung des zweiten Arbeitseinsatzes sei negativ, dann gilt: $Y_2(bY_{12} - C_{12}) - Y_1(bY_{22} - C_{22}) > 0 > Y_1(bY_{12} - C_{12}) - Y_2(bY_{11} - C_{11})$, beziehungsweise $(Y_2 - Y_1)\kappa(b) > Y_1(bY_{22} - C_{22}) - Y_1\kappa(b)$. Für genügend kleines $\kappa(e_1, e_2|b) \ll 0$ ist die rechte Seite der Ungleichung positiv. Damit die Ungleichung erfüllt ist, muss also gelten, dass $Y_1 > Y_2$. Völlig analog lässt sich der umgekehrte Fall behandeln, so dass insgesamt gilt: Bei genügend kleinem $\kappa(e_1, e_2|b)$ nimmt der Arbeitseinsatz in b zu, der die höhere Grenzproduktivität hat.

Agent trägt nicht das volle Risiko ($b^* \leq 1$)

Der Beweis kann durch Widerspruch geführt werden. Angenommen es gäbe (b^*, c^*) mit $b^* > 1$, dass den Ertrag des Prinzipals maximiert: $Y(e_1^*, e_2^*) - C(e_1^*, e_2^*) - r(b^*)^2\sigma_\eta^2 - r(c^*)^2\sigma_\epsilon^2$ Betrachte den Ertrag, der vom Vertrag $(b = 1, c = 0)$ erzeugt wird. In diesem Fall wählt der Agent den Einsatz (e_1^{**}, e_2^{**}), der per definitionem den Ausdruck $Y(e_1, e_2) - C(e_1, e_2)$ maximiert. Vergleicht man die Erträge der beiden Verträge, so ergibt sich:

$$\begin{array}{ccccc} & \underbrace{Y(e_1^{**}, e_2^{**}) - C(e_1^{**}, e_2^{**})}_{\vee} & -r\sigma_\eta^2 \underbrace{1}_{\wedge} & -r\sigma_\eta^2 \underbrace{0}_{\wedge|} \\ > & Y(e_1^*, e_2^*) - C(e_1^*, e_2^*) & -r\sigma_\eta^2(b^*)^2 & -r\sigma_\eta^2(c^*)^2. \end{array}$$

Damit kann der Vertrag (b^*, c^*) mit $b^* > 1$ nicht optimal sein.

b−Komplementarität

<table>
<tr><td>$\kappa < \frac{Y_1}{Y_2}(b^* Y_{22} - C_{22})$</td><td>$\kappa = \frac{Y_1}{Y_2}(b^* Y_{22} - C_{22})$</td><td>$\frac{Y_1}{Y_2}(b^* Y_{22} - C_{22}) < \kappa < 0$</td><td>$\kappa = 0$</td><td>$\kappa > 0$</td></tr>
</table>

Arbeitseinsätze

<table>
<tr><td colspan="5">$\frac{\delta e_1^*}{\delta c} > 0$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$\frac{\delta e_2^*}{\delta c} < 0$</td><td>$\frac{\delta e_2^*}{\delta c} = 0$</td><td>$\frac{\delta e_2^*}{\delta c} > 0$</td></tr>
<tr><td>$\frac{\delta e_1^*}{\delta b} < 0$</td><td>$\frac{\delta e_1^*}{\delta b} = 0$</td><td colspan="3">$\frac{\delta e_1^*}{\delta b} > 0$</td></tr>
<tr><td colspan="5">$\frac{\delta e_2^*}{\delta b} > 0$</td></tr>
</table>

Informationsverwendung

<table>
<tr><td>$c^* < 0$</td><td>$c^* = 0$</td><td colspan="3">$c^* > 0$</td></tr>
<tr><td colspan="5">$b^* > 0$</td></tr>
</table>

Tabelle 2: b-Komplementarität, Agentenverhalten, und Signalverwendung (2. Teil)

Die Tabelle beschreibt den Fall: $\frac{\partial e_1^*}{\partial b} > 0$. *Eine entsprechende Tabelle wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, findet sich im Text (Tabelle 1).*

Zusammenfassung

In Prinzipal-Agent-Modellen mit mehreren Aktionen (Multi-Tasking) hat leistungsabhängige Entlohnung zwei Funktionen: Sie motiviert den Agent, Einsatz zu leisten, und sie beeinflusst die Aufteilung des Einsatzes auf verschieden Aufgaben. Ergebnissignale, das heißt Signale die im Erwartungswert mit dem Gewinn des Prinzipals übereinstimmen, sind in diesem Zusammenhang interessant, weil sie eine Internalisierung der relativen Bedeutung der Einsätze für den Prinzipal durch den Agenten ermöglichen. In der Tat lassen sich durch Ergebnissignale drastische Fehlallokationen, die zum Zusammenbruch leistungsabhängiger Entlohnung führen, vermeiden. Dies legt den Schluss nahe, dass ein Agent, dessen Lohn ausschliesslich von Ergebnissignalen abhängt, seinen Einsatz im Sinne des Prinzipals aufteilen wird. Der vorliegende Artikel zeigt, dass Fehlallokationen selbst in diesem Fall auftreten können und gibt Bedingungen an, unter denen der Prinzipal zusätzliche Signale nutzt, um die Aufteilung des Einsatzes zu korrigieren.

Summary

In multitasking models, incentive schemes have two functions: They motivate the worker to exert effort and they influence the allocation of effort. Performance signals, the expected value of which coincides with the principal's payoff, are of special interest as they can be used to induce the agent to internalise the relative importance of different efforts to the principal. Indeed, drastic misallocations which lead to the break-down of incentive schemes can be avoided. This suggests, that an agent, whose payoff depends entirely on such signals, will allocate effort according to the preferences of the principal. This article shows that nevertheless misallocation can occur and it provides conditions under which the principal uses additional signals to correct for this misallocation.